#### ***4.5. Технология решения дифференциальных уравнений средствами MathCad***

При решении **ОДУ** его следует привести к нормальной форме (к виду разрешенному относительно производнойисходного **ОДУ**)



Для**ОДУ** с разделяющимися переменными исходное уравнение можно привести к виду , тогда выражение задает решение задачи Коши с начальными условиями как функцию y от переменной х.



**Пример 4.5-1.Решить ОДУ вида .**



Найдем частное решение данного **ОДУ** с использованием средств **Mathcad**, сначала методом разделения переменных, а затем с использованием функции odesolve(x, xk, n), где х – имя переменной, относительно которой решается уравнение, xk – конец интервала интегрирования, n – количество шагов, на которых вычисляется решениеОДУ. Результаты подтверждают правильность преобразований.

|  |
| --- |
| произвольная постоянная  Аналитическое решение ОДУ  Численное решение ОДУ |

Аналитическое выражение для решений **ОДУ** удается получить достаточно редко, поэтому широкое распространение при решении **ОДУ** получили численные методы.

**Пример 4.5-2. Решить ОДУ на отрезке [0;3] методами Рунге-Кутты с постоянным шагом h=0,6.**



В приведенном ниже документе решение, полученное методом Эйлера, обозначено как y1, методом Рунге-Кутты 2-го порядка – y2, а 4-го порядка – y4.

|  |
| --- |
| **Метод Эйлера**  **Метод Рунге-Кутты 2-го порядка**  **Метод Рунге-Кутты 4-го порядка** |

В **Mathcad** нет средств символьного решения **ОДУ,** но достаточно широко представлены методы численного решения задачи Коши. Для этого предназначена, например, функция rkfixed(y, x0, xend, N, D), где y– первоначально равно y0, x0 и xend– начальное и конечное значения аргумента, N – количество проводимых вычислений решения, а переменной D(x,y) должно быть присвоено выражение для вычисления правой части уравнения. Результатом вычислений функции rkfixe( ) служит матрица, в первом столбце которой содержатся координаты узлов x0 … xend, а во втором – значения приближенного решения в соответствующих узлах. В функции rkfixed( ) вместо метода Рунге-Кутты используется метод Булирша-Штера. Ниже приведены решения и их графическая иллюстрация, полученные с шагом 0.6 и 0.15.

**Пример 4.5-3. Решить ОДУ у’= на отрезке [0;3] методами Рунге-Кутты с постоянным шагом h=0.6.**



|  |
| --- |
|  |

Решение ОДУ 2-го порядка вида у”=F(x, y, z), где z=y’ также может быть получено методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Ниже приведены формулы для решения ОДУ:

|  |
| --- |
|  |

Система Mathcad имеет специальную встроенную функцию для решения дифференциальных уравнений. Она имеет вид:Odesolve( x , b [ , steps ] ).

Для решения задачи Коши необходимы так называемые начальные условия и указание конца интервала. Эти данные вместе с самим уравнением записываются в блок функции Given, и лишь затем применяется сама функция odesolve( ). Функция имеет ряд особенностей. Если указано число шагов step, то решение выполняется с фиксированным шагом, иначе - адаптивным методом.

**Пример 4.5-4. Решить дифференциальное уравнение.**

|  |
| --- |
| Задано дифференциальное уравнение  Заданы начальные условия  Задано решение дифференциального уравнения  Вычисление производной от b(a)  График решения заданного дифференциального уравнения b(a) и производной от функции решения -c(a) |